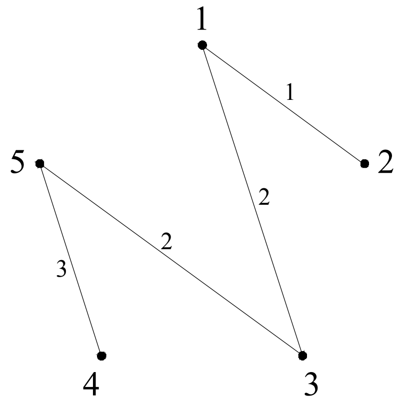
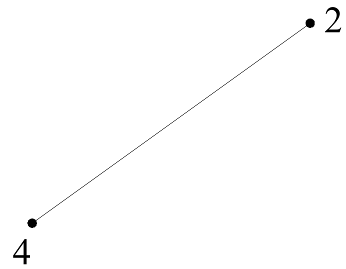
No exemplo (pág. 3.28), a árvore varredora mínima é

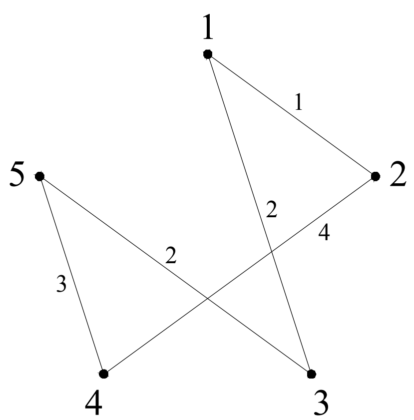
T



e o grafo induzido



Portanto, a solução é



L = 12

H = {1, 2, 4, 5, 3, 1}

HEURÍSTICA DE CHRISTOFIDES

Passo 1. Construa a árvore varredora mínima T

Passo 2. Construa o matching perfeito M no grafo completo induzido pelos nós de grau impar em T

Passo 3. Obtenha ciclo Euleriano no grafo G' = $(V, T \cup M_o)$ e aplique operações de atalho para obter o ciclo Hamiltoniano

Razão de pior caso = $\frac{3}{2}$

MÉTODO HEURÍSTICO BUSCA LOCAL

Seja o problema

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{s.a} & x \in X \end{array}$$

Seja

$N(x)$ = vizinhança de $x \in X$, $N(x) \subset X$

Cada $x' \in N(x)$ pode ser atingido diretamente de x por uma operação chamada movimento.

Método de Descida

1) Selecione uma solução de partida $x' \in X$.
2) Encontre $x' \in N(x)$ tal que $f(x') < f(x)$.
3) Se x' não existe, x é um ótimo local e o método pára.
4) Caso contrário $x \leftarrow x'$ e vá para 2).

Método da Máxima Descida (Steepest Descent)

Substitua 2) por

2') Encontre $x' \in N(x)$ tal que

$$f(x') = \min_{z \in N(x)} f(z) \quad \text{e} \quad f(x') < f(x)$$

<u>Nota</u> : Ótimo local depende da solução da partida e da vizinhança

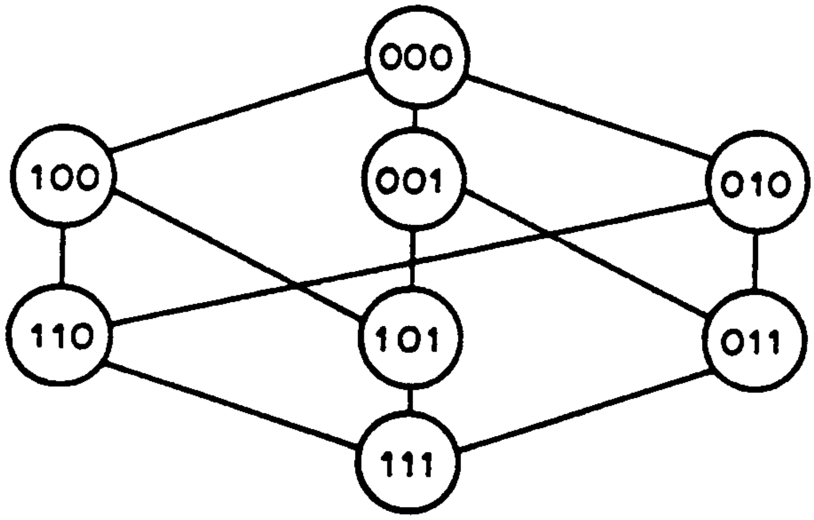
EXEMPLOS DE VIZINHANÇAS

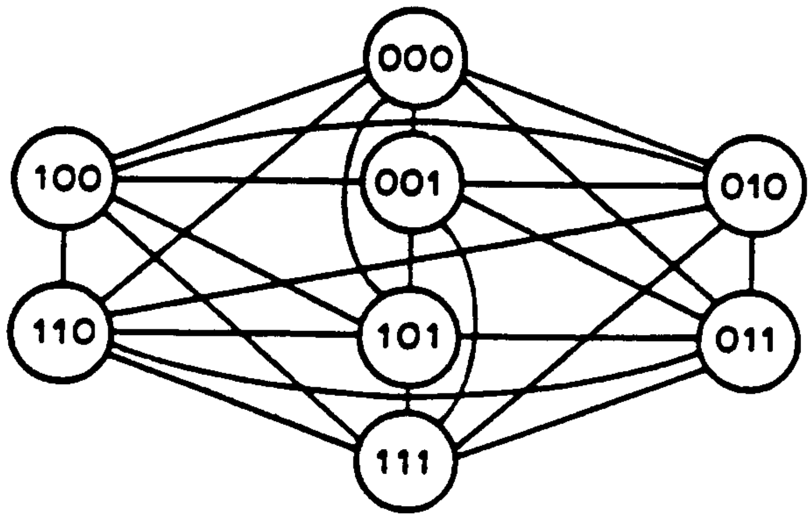
1) Programação linear com variáveis binárias

$$N_1(x) = \{y \in X \mid y \text{ difere de } x \text{ de exatamente } q \text{ componentes}\}$$

$$N_2(x) = \{y \in X \mid y \text{ difere de } x \text{ de no máximo } q \text{ componentes}\}$$

Vizinhanças podem ser representadas por grafos.


000
100
001
010
110
101
011
111


000
100
001
010
110
101
011
111

2) Problemas de permutação

Exemplo : problema do atraso total em uma máquina

- n tarefas a serem processada em uma única máquina no instante zero
- p_i = tempo de processamento da tarefa i
- d_i = data de entrega da tarefa i
- C_i = instante de término do processamento da tarefa i
- T_i = atraso da tarefa i

$$T_i = \max\{0,\ C_i - d_i\}$$

- Sequência: permutação de n tarefas
- Para qualquer sequência o atraso total é

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i$$

Problema: achar a sequência com atraso total mínimo

Para um problema de n tarefas tem-se n! sequências

Exemplo numérico

	Tarefa			
	1	2	3	4
p_i	6	4	8	2
d_i	9	12	15	8

Sequência (1, 2, 3, 4)

$C_1 = 6 \quad ; \quad C_2 = 10 \quad ; \quad C_3 = 18 \quad ; \quad C_4 = 20$

$T_1 = 0 \quad ; \quad T_2 = 0 \quad ; \quad T_3 = 3 \quad ; \quad T_4 = 12$

$T = 15$

Seja uma sequência $x = (\sigma(1), \ldots, \sigma(n))$

$\sigma(i)$ = tarefa na posição i

Exemplos de Vizinhanças:

1) Troca de pares adjacentes (N_1).

   Troca de tarefas nas posições i e $i + 1$

   $y \in N_1(x)$ se

   $y = (\sigma(1), \ldots, \sigma(i-1), \sigma(i+1), \sigma(i), \sigma(i+2), \ldots, \sigma(n)),$
   $1 \leq i \leq n-1$

Exemplo : $x = (1, 2, 3, 4)$

$N_1(x) = \{(2,1,3,4),\ (1,3,2,4),\ (1,2,4,3)\}$

$|N_1(x)|$ = cardinalidade de $N_1(x) = n-1$

2) Troca de todos os pares (N_2).

Troca de tarefas nas posições h e i, $h < i$

$y \in N_2(x)$ se

$y = (\sigma(1), \ldots, \sigma(h\text{-}1), \sigma(i), \sigma(h+1), \ldots, \sigma(i\text{-}1), \sigma(h),$
$\sigma(i+1), \ldots, \sigma(n))$, $\quad 1 \leq h < i \leq n$

Exemplo : x = (1, 2, 3, 4)

$$N_2(x) = \{(2,1,3,4),\ (3,2,1,4),\ (4,2,3,1),\ (1,3,2,4),$$
$$(1,4,3,2),\ (1,2,4,3)\}$$

$$|N_2(x)| = n(n-1)/2$$

3) Inserção (N_3).

Inserção à direita: tarefa $\sigma(h)$ é inserida na posição i, $i > h$

$y \in N_3(x)$ se

$$y = (\sigma(l), \ldots, \sigma(h\text{-}l), \sigma(h+1), \ldots, \sigma(i), \sigma(h), \sigma(i+1), \ldots, \sigma(n)), \quad 1 \leq h < i \leq n$$

Inserção à esquerda: tarefa $\sigma(h)$ é inserida na posição i, $i < h$

$y \in N_3(x)$ se

$$y = (\sigma(l), \ldots, \sigma(i\text{-}l), \sigma(h), \sigma(i), \ldots, \sigma(h\text{-}1), \sigma(h+l), \ldots, \sigma(n)), \quad 1 \leq i < h \leq n$$

Duplicações: tarefa $\sigma(i)$ inserida na posição $i + 1$ é equivalente à tarefa $\sigma(i + 1)$ inserida na posição i

Exemplo : $x = (1, 2, 3, 4)$

$$\begin{aligned} N_3(x) = \{&(2,1,3,4),\ (2,3,1,4),\ (2,3,4,1), \\ &(1,3,2,4),\ (1,3,4,2),\ (3,1,2,4), \\ &(1,2,4,3),\ (4,1,2,3),\ (1,4,2,3)\} \end{aligned}$$

$$|N_3(x)| = (n-1)^2$$

3) Problema do Caixeiro Viajante

- n cidades; distância entre cidades: c_{ij}
- $t = (i_1, ..., i_n)$: permutação de (1, ..., n)
- t é um tour se as arestas (arcos) $(i_1, i_2), ..., (i_n, i_1)$ existem

Seja

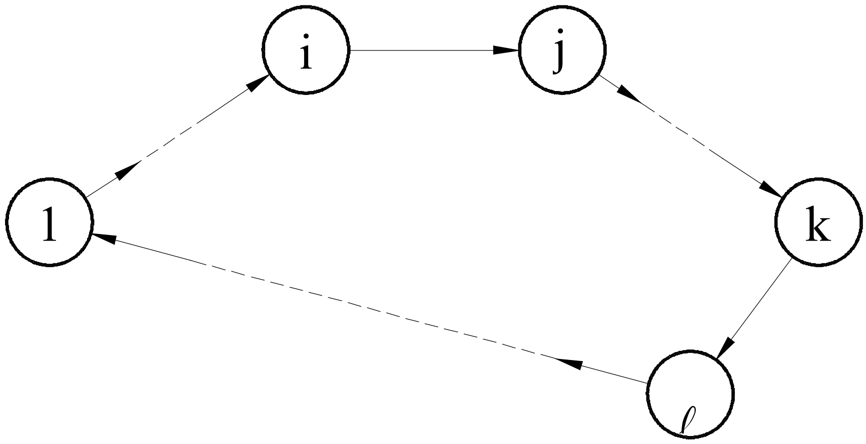
$$N_i(t) = \{t' \mid t' \text{ difere de t de i arestas (arcos) ou menos}\}$$

$$N_o(t) = N_1(t) = \{t\}$$

$N_2(t)$: caso assimétrico

$N_2(t) = \{t\}$

Seja $t = (1, \ldots, i, j, \ldots, k, \ell, \ldots, 1)$



Únicas substituições para (i, j) e (k, ℓ) são (i, ℓ) e (k, j) que provocam subtours