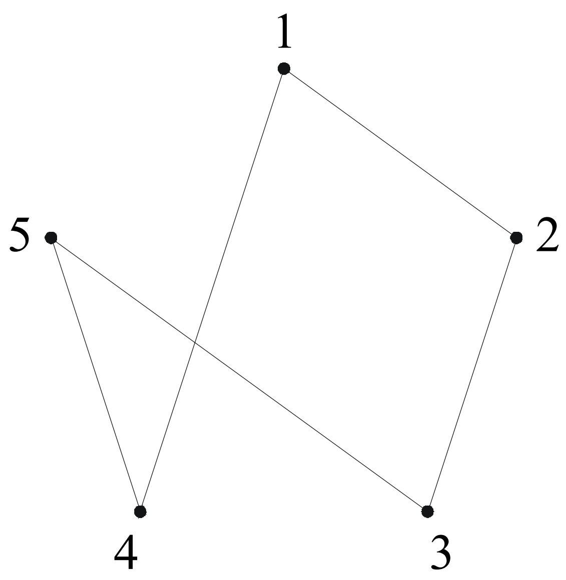
b) Substitua as arestas (4, 5), (5, 3) e (3, 1) por (4, 1)



L = 13 H = {1, 2, 3, 5, 4, 1}

Seja

$x_o^E(I) =$ valor do ciclo Euleriano

$x_o^H(I) =$ valor do ciclo Hamiltoniano

Pela propriedade Euclideana

$$x_o^E(I) \geq x_o^H(I) \tag{1}$$

Seja

$x_o^T(I) =$ valor da árvore varredora mínima

$x_o^*(I) =$ valor do tour ótimo

Então

$$x_o^T(I) \leq x_o^*(I) \tag{2}$$

De (1) e (2)

$$x_o^H(I) \leq x_o^E(I) = 2x_o^T(I) \leq 2x_o^*(I)$$

Razão de pior caso = 2

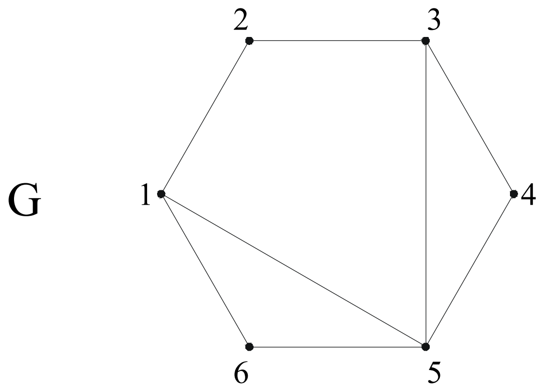
Heurística 2 : Heurística de Christofides

Objetivo: obter um ciclo Euleriano mínimo que contenha a árvore varredora mínima

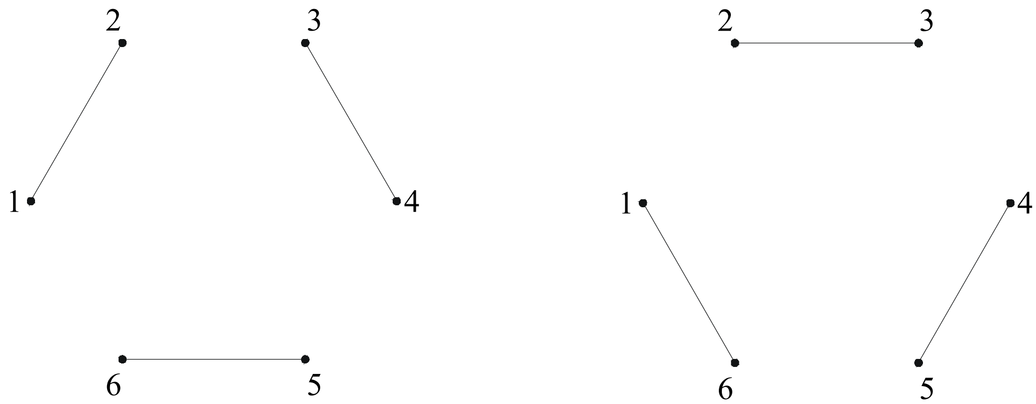
Matching Perfeito

Seja um grafo G = (V, E) com |V| par. Um matching perfeito consiste de um conjunto de arestas tal que todo nó de G é incidente em exatamente uma aresta de E.

Exemplo

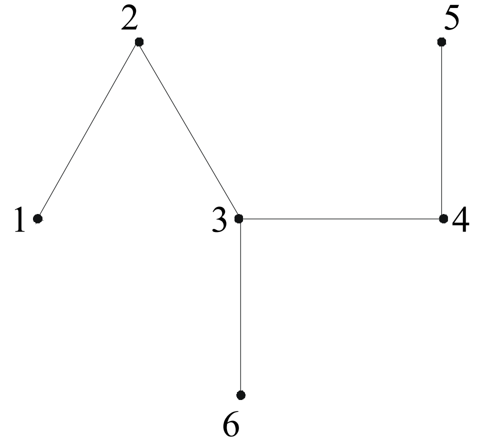


Matchings Perfeitos de G



O problema do matching perfeito de peso mínimo pode ser resolvido em $O(|V|^3)$.

Considere a árvore varredora mínima T de um grafo G.

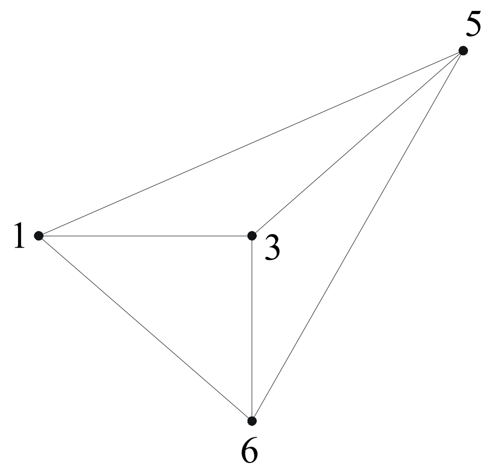


Grafo Euleriano: todo vértice tem grau par (Teorema 1)

Nós de grau impar: 1, 3, 5, 6; nº de nós par (Teorema 3)

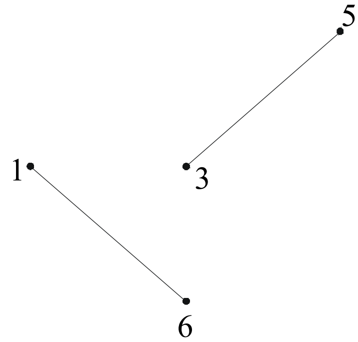
Seja G_o o grafo completo induzido por estes nós

G_o



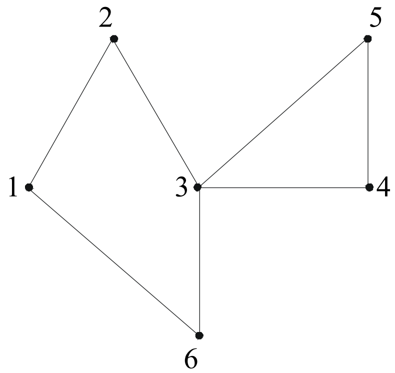
Suponha que o matching perfeito mínimo de G_o é $M_o = \{(1, 6),\ (3, 5)\}$

M_o



O grafo $G' = (V, T \cup M_o)$ corresponde ao ciclo Euleriano de menor comprimento que contém a árvore T

G’



E = {1, 2, 3, 5, 4, 3, 6, 1}

Operação de atalho: substituir (4, 3), (3, 6) por (4, 6)

Ciclo Hamiltoniano